

Title	検出力解析について
Author(s)	高際, 睦
Journal	東京歯科大学教養系研究紀要, 26(): 15-26
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10130/2337">http://hdl.handle.net/10130/2337</a>
Right	

# 検出力解析について

高際 睦\*

## 1 はじめに

本学に勤めてから 10 年近くになるが、その間、臨床系、基礎系の先生、大学院生から統計学に関する多くの相談を受けて来た。それらの相談の内容としては、仮説検定に関するものが多く、特に、

- (1) どの検定手法を使うべきか。
- (2) 標本数はどの程度必要なのか。
- (3) この検定結果はどの程度信頼できるか。

などが多い。このうち、(1) に関しては、データの値が連続量であるか離散量であるか、母集団分布に正規性があるのか、比較したい群の数がいくつあるか、ということや、また、示したいことは平均の差であるのか、等分散であることかなどにより検定手法はある程度自動的に決まる。これらについては、例えば、吉村 [6] を参照してもらいたい。(2)、(3) に関しては、本質的には同じ問題である。つまり、標本数が多ければ多いほど検定の信頼性は増すし、検定の信頼性を確保するためには、標本数を多くしなければならない。これらのことをより詳しく説明、理解するためには、検定の検出力に関する知識がどうしても必要になる。実際、最近相談に来た大学院生の論文でも、検定結果には有意な差が見られたが、標本数が少なかったために、その検定の信頼性を検出力を用いて評価せよ、という査読者からのコメントがあった。残念ながら検出力に関する文献はあまり多くなく、あったとしても例えば永田 [1] のように専門的であり過ぎるものが多い。そこで、本稿では、検出力について、その計算方法や

---

\* 東京歯科大学 数学研究室

性質をできる限り易しく解説する．その準備として，まず，2 節で，検定についての必要最低限の概念を説明し，3 節で，検出力の求め方やその性質について論ずる．また，4 節では，検出力を使った標本数の設計についてを解説する．

なお，本稿は，数年前に本学の歯科麻酔学講座で行った「検出力解析について」と題したセミナーを行ったときに用いた資料に加筆，修正したものである．

## 2 仮説検定とは

仮説検定には，実に様々な手法があるが，検定の考え方，原理はどれも同じであり，その手順もほぼ同一である．ここでは，検定の一般的な手順と用語，さらに，検定の過誤について説明する．仮説検定の一般論に関しては，例えば，Mendenhall[2] や [4] が，仮説検定の各手法については，宮原 [3] などが詳しい．

### 2.1 仮説検定の手順

一般に，仮説検定の手順は以下の通りである．

- (1) 帰無仮説 ( $H_0$ )，対立仮説 ( $H_1$ ) をたてる．
- (2) 有意水準 ( $\alpha$ ) を決める．
- (3) 帰無仮説が真であるとして検定統計量を計算する．
- (4) 有意水準より棄却点，棄却域を求める．
- (5) 検定統計量が棄却域にあるときは帰無仮説を棄却，対立仮説を採択し，検定統計量が棄却域にないときには  $H_0$  を受容する<sup>\*1</sup> ．

帰無仮説，対立仮説とも，母集団パラメータに関する命題であり，通常，自分の支持したい仮説を対立仮説，それと矛盾する仮説を帰無仮説とする．例えば，平均に関する検定を行う場合，仮説は，その母平均  $\mu$  に対する命題となり，母平均がある値  $\mu_0$  と異なることを示したいときには，対立仮説は  $\mu \neq \mu_0$ ，帰無仮説は  $\mu = \mu_0$  となる．対立仮説は帰無仮説と矛盾するものであるため，帰無仮説が棄却されたときに，

---

<sup>\*1</sup> (4)，(5) の代わりに検定統計量の p-値を求めて，p-値が有意水準よりも小さいときには帰無仮説を棄却，p-値が有意水準よりも大きいときには帰無仮説を受容する，というやり方もある．どちらの方法で行っても，検定の結果は変わらない．

対立仮説が採択される．対立仮説が  $\mu \neq \mu_0$  の場合，その検定を両側検定と言い，対立仮説が  $\mu > \mu_0$  などの場合の検定を片側検定\*<sup>2</sup>と言う．有意水準  $\alpha$  は後で説明する第 1 種の過誤が起こる確率の上限であり，通常， $\alpha$  は 0.05 もしくは 0.01 とする．検定統計量は，一般に，観測値  $X_1, \dots, X_n$  の関数の値  $t = t(X_1, \dots, X_n)$  として表され，この検定統計量の確率分布と有意水準から棄却点と呼ばれるある限界値  $t_0$  が求められる．検定は，この棄却点を用いて，統計量  $t$  が  $t > t_0$  ならば帰無仮説を棄却し， $t \leq t_0$  ならば帰無仮説を受容するなど不等式で表すことが多い．帰無仮説を棄却する範囲を棄却域と言う．

#### 例 1 (正規分布に関する検定)

母集団分布が正規分布に従うとき，その母平均  $\mu$  に関する検定を考える． $X_1, \dots, X_n$  を互いに独立な正規分布  $N(\mu, \sigma_0^2)$  に従う観測値とする．ただし，平均  $\mu$  は未知，分散  $\sigma_0^2$  は既知とする．母平均  $\mu$  がある値  $\mu_0$  と異なることを示すために両側検定を行う．このとき，帰無仮説，対立仮説はそれぞれ， $H_0 : \mu = \mu_0$ ， $H_1 : \mu \neq \mu_0$  となり，検定統計量は，標本平均  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$  を正規化した

$$Z_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)}{\sigma_0}$$

となる．この検定統計量  $Z_0$  の確率分布は，母平均  $\mu$  の真の値が  $\mu_0$  のとき，つまり，帰無仮説が正しいときには，標準正規分布と呼ばれる平均 0，分散 1 の正規分布である．したがって， $z_\alpha$  を標準正規分布の上側  $100\alpha$  パーセント点とすれば，有意水準  $\alpha$  の棄却点は  $\pm z_{\alpha/2}$  であり，棄却域は  $|Z_0| > z_{\alpha/2}$  となる．例えば， $\alpha = 0.05$  のときは， $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$  であるので，棄却域は  $|Z_0| > 1.96$  となる．

また，母平均  $\mu$  がある値  $\mu_0$  より大きいことを示すためには，帰無仮説，対立仮説が  $H_0 : \mu = \mu_0$ ， $H_1 : \mu > \mu_0$  である片側検定を行う．この場合も，検定統計量は，先の  $Z_0$  と同じであるが，棄却点は  $z_\alpha$ ，棄却域は  $Z_0 > z_\alpha$  となる，例えば， $\alpha = 0.05$  であれば，棄却域は  $Z_0 > 1.645$  となる．二つの検定の棄却域に関しては図 1 を参照．

\*<sup>2</sup> 対立仮説  $\mu > \mu_0$  と矛盾する命題は  $\mu \leq \mu_0$  であるが，片側検定の場合も帰無仮説は  $\mu \neq \mu_0$  になる．

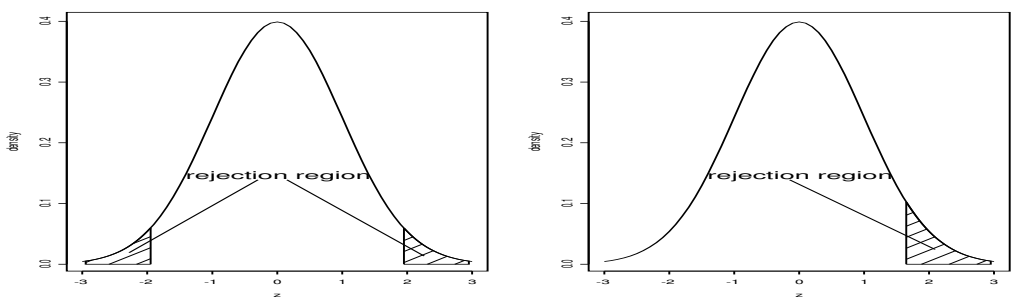


図1 図の実線で表されたグラフは  $H_0$  が真であるときの  $Z_0$  の確率密度関数 .  
 また、左図の斜線部は有意水準  $\alpha = 0.05$  の両側検定 ( $H_1 : \mu \neq \mu_0$ ) の棄却  
 域、右図の斜線部は  $\alpha = 0.05$  の片側検定 ( $H_1 : \mu > \mu_0$ ) の棄却域を表す .

## 2.2 検定の過誤

検定において、帰無仮説が正しいときには帰無仮説を受容したい . しかし、標本データによっては、帰無仮説が正しくても帰無仮説を棄却する誤りを起こすことがある . この誤りを“第 1 種の過誤”と呼ぶ . 逆に、対立仮説が正しいときには帰無仮説を棄却したいが、帰無仮説を棄却しない誤りを起こすこともある . この誤りは“第 2 種の過誤”である . 検定では、できる限りこの 2 つの過誤が起こらないようにしたい . 通常、検定においては、第 1 種の過誤の方を重要視し、この誤りが起こらないようにする . 有意水準  $\alpha$  の値は第 1 種の過誤を起こす確率の上限を与えるので、この値を小さくすることにより、第 1 種の過誤の危険率はいくらかでも小さくすることができる . しかし、次節で説明するように、標本数が一定である場合、有意水準の値を小さくすれば、逆に、第 2 種の過誤が起こる確率は大きくなる . 第 1 種の過誤を重視しているのは、第 1 種の過誤が第 2 種の過誤よりも容易に制御できるからであって、第 2 種の過誤も重要であることに変わりない . 特に、毒性の評価においては、帰無仮説が“毒性がない”としたとき、第 2 種の過誤、“毒性があるのに、毒性がないと結論づける”ことは致命的な誤りになりかねない . つまり、第 2 種の過誤も決しておろそかにして良いものではない . 検出力は、第 2 種の過誤が起こる確率を  $\beta$  としたとき、第 2 種の過誤が起こらない確率  $1 - \beta$  のことを言う . 第 2 種の過誤については、この検出力を用いて評価する .

### 3 検出力とは

最もよく使われる検定手法は  $t$  検定であるので、この検定の検出力を使ってその性質を論じられれば良いのだが、 $t$  検定の検出力の計算は簡単ではない。本稿の第一の目的は、検出力がどういう性質を持つものであるかを確認することにあるので、検出力の計算が比較的容易である正規母集団で分散が既知の場合の平均に関する検定における検出力を使って、有意水準と検出力、標本数と検出力などの関係を調べていく。この結果は、他の検定の検出力についても成り立つものである。その後で、 $t$  検定に対する検出力の簡便な計算方法、二項検定における検出力の計算方法について説明する。

#### 3.1 正規母集団に関する検定の検出力

##### a. 分散が既知の場合

分散が既知である正規母集団に関する検定方式、棄却域は例 1 の通りである。まずは、有意水準  $\alpha$  の両側検定を考える。もし、母平均の真の値が  $\mu_1 (\neq \mu_0)$  であるときに、検定統計量  $Z_0$  が棄却域に入らない、つまり、 $|Z_0| \leq z_{\alpha/2}$  のときに、第 2 種の過誤が起こったことになる。したがって、この場合の検出力  $1 - \beta$  は、 $Z_0$  が  $|Z_0| > z_{\alpha/2}$  となる確率であるが、母平均の真の値が  $\mu_1$  のときの、検定統計量  $Z_0$  の分布が平均  $\frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}$ 、分散 1 の正規分布であることより、

$$\begin{aligned} 1 - \beta &= P(|Z_0| > z_{\alpha/2}) \\ &= 1 - P(-z_{\alpha/2} < Z_0 < z_{\alpha/2}) \\ &= 1 - P\left(-z_{\alpha/2} < Z + \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0} < z_{\alpha/2}\right) \\ &= 1 - P\left(-z_{\alpha/2} - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0} < Z < z_{\alpha/2} - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}\right) \\ &= 1 - \Phi\left(z_{\alpha/2} - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}\right) + \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}\right) \quad (1) \end{aligned}$$

となる。ただし、 $Z$  は標準正規分布に従う確率変数、 $\Phi(z)$  は標準正規分布の下側確率を与える関数とする。帰無仮説、対立仮説が  $H_0 : \mu = \mu_0$ 、 $H_1 : \mu > \mu_0$  で、有意

水準  $\alpha$  の片側検定の場合，その棄却域が  $Z_0 > z_\alpha$  と変わるだけであるので，両側検定の場合同様，母平均の真の値が  $\mu_1$  のときの検出力  $1 - \beta$  は，

$$\begin{aligned} 1 - \beta &= P(Z_0 > z_\alpha) \\ &= 1 - P\left(Z + \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0} \leq z_\alpha\right) \\ &= 1 - \Phi\left(z_\alpha - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}\right) \end{aligned} \quad (2)$$

となる．

例 2 母集団分布は分散 100 の正規分布である．帰無仮説，対立仮説が  $H_0 : \mu = 100$ ， $H_1 : \mu \neq 100$  で，有意水準  $\alpha = 0.05$  の両側検定を  $n = 25$  個の標本を用いて行う．例 1 より，検定統計量は  $Z_0$  で，棄却域は  $|Z_0| > 1.96$  である．もし，母平均  $\mu$  の真の値が 102 であるとしよう．このとき，検定統計量  $Z_0$  は平均  $\frac{\sqrt{25}(102-100)}{10} = 1$ ，分散 1 の正規分布に従う．したがって， $\mu = 102$  のときの検出力は，図 2 の斜線部の確率となり，その値は (1) 式より

$$1 - \beta = 1 - \Phi(1.96 - 1) + \Phi(-1.96 - 1) = 0.1700$$

この結果は，上のような場合，真の母平均が 102 であっても，帰無仮説を棄却する確率は，たかだか 0.17 しかないことを表している．帰無仮説，対立仮説が  $H_0 : \mu = 100$ ， $H_1 : \mu > 100$  で，有意水準  $\alpha = 0.05$  の 25 個の標本を使った片側検定における，母平均  $\mu = 102$  の検出力も同様に，

$$1 - \beta = 1 - \Phi(1.645 - 1) = 0.2595$$

と求められる．

例 2 の場合，母平均の値が変わると検出力の値も変わるので，検出力は母平均の関数と考えられる．一般に，検出力は母集団パラメータの真の値の関数であり，それを検出力関数と呼ぶ．第 1 種の過誤が起こる確率を小さくするためには，有意水準  $\alpha$  の値を小さくすれば良いが，そうすると，棄却域が狭くなり，必然的に，第 2 種の過誤が起こる確率は大きくなる．実際，有意水準を変えたときの検出力は以下のようになる．

例 3 例 2 と同じ両側検定で，有意水準だけ  $\alpha = 0.01$  とする．このとき， $z_{0.005} = 2.58$  であるので， $\mu = 102$  の検出力は，

$$1 - \beta = 1 - \Phi(2.58 - 1) + \Phi(-2.58 - 1) = 0.0572$$

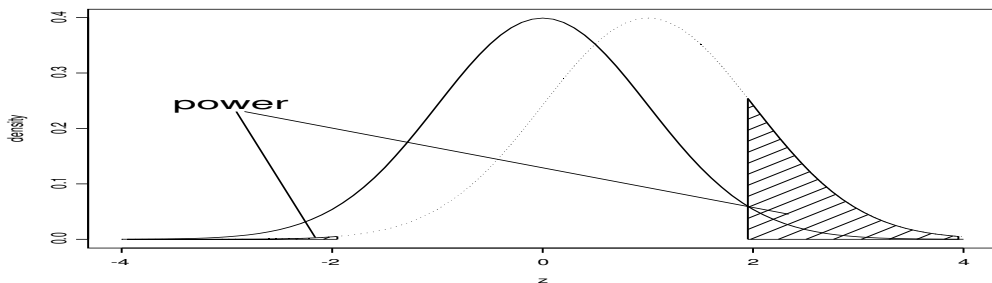


図2 実線は  $H_0$  が正しいときの  $Z_0$  の確率密度関数を表し，点線は母平均  $\mu$  が 102 であるときの  $Z_0$  の確率密度関数である． $\mu = 102$  の検出力は，帰無仮説を棄却する確率であるから，図の斜線部分の確率である．

となり，有意水準  $\alpha = 0.05$  のときの検出力の値より小さくなる．また，有意水準  $\alpha = 0.10$  とすれば， $z_{0.05} = 1.645$  より， $\mu = 102$  の検出力は

$$1 - \beta = 1 - \Phi(1.645 - 1) + \Phi(-1.645 - 1) = 0.2608$$

となる．この値は， $\alpha = 0.05$  のときの検出力の値よりも大きい．

母平均の値がいくつであっても，有意水準が小さいほど，第 2 種の過誤の起こる確率は大きくなる．図 3 は，3 つの有意水準  $\alpha = 0.01, 0.05, 0.1$  に対する検出力関数のグラフである．

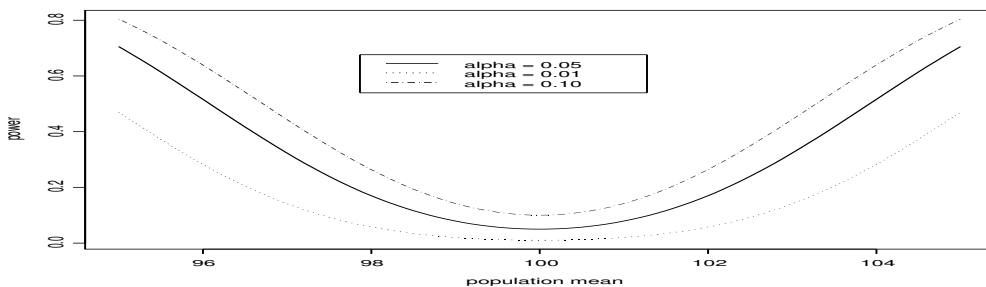


図3 例2と同じ両側検定で，有意水準  $\alpha = 0.05$  (実線)， $\alpha = 0.01$  (点線)， $\alpha = 0.10$  (鎖線)の母平均  $\mu$  を 95 から 105 まで変化させたときの検出力関数のグラフである．

それでは，有意水準が小さいときに，第 2 種の過誤が起こる確率を小さくするこ



とはできないのであろうか．真の母平均の値が  $\mu_1$  であるときの検出力の求め方を思い出すと，検定統計量  $Z_0$  の平均  $\frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}$  が 0 から離れていけばいるほど，第 2 種の過誤の確率は小さくなる．そのためには，標本数  $n$  を大きくすれば良い．実際，例 2 と同じ状況の有意水準  $\alpha = 0.05$  の両側検定で，標本数  $n = 25$ ， $n = 50$ ， $n = 100$  としたときの検出力関数のグラフは図 4 である．他の条件が同じであれば，標本数の増加とともに，検出力の値が大きくなっているのが理解できるであろう．

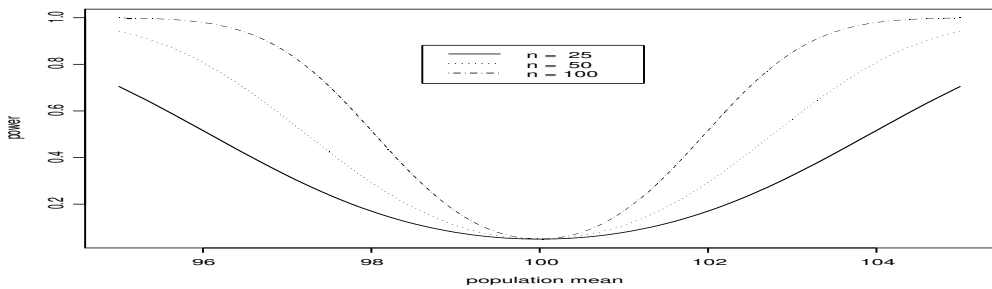


図 4 例 2 と同じ両側検定で，標本数  $n = 25$  (実線)， $n = 50$  (点線)， $n = 100$  (鎖線) の母平均  $\mu$  を 95 から 105 まで変化させたときの検出力関数のグラフである．

## b. 分散が未知の場合

母集団分布は正規分布であるが，分散も未知であるときの母平均 ( $H_0 : \mu = \mu_0$ ) に関する検定は，分散の推定量として，標本分散

$$s^2 = \sum_{k=1}^n (X_k - \bar{X})^2 / (n - 1)$$

を用い，標本平均  $\bar{X}$  を標本標準偏差  $s = \sqrt{s^2}$  で正規化した

$$t_0 = \frac{\bar{X} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \mu_0)}{s}$$

を検定統計量として用いる．ただし， $t_0$  は，帰無仮説が真であるとき，自由度  $n - 1$  の  $t$  分布に従う確率変数である．対立仮説  $H_1$  が  $\mu \neq \mu_0$  の両側検定， $\mu > \mu_0$  などの片側検定の有意水準  $\alpha$  の棄却域は，それぞれ， $|t_0| > t_{\alpha/2}(n - 1)$ ， $t_0 > t_{\alpha}(n - 1)$  である．ただし， $t_{\alpha}(n - 1)$  は，自由度  $n - 1$  の  $t$  分布の上側  $100\alpha$  パーセント点

である．例えば，標本数  $n = 10$ ，有意水準  $\alpha = 0.05$  の場合，両側検定の棄却域は  $|t_0| > t_{0.05/2}(9) = 2.26$ ，片側検定の棄却域は  $t_0 > t_{0.05}(9) = 1.83$  となる．

$t$  検定は，最も良く用いられる検定方式であるが，その検出力を求めるためには，非心  $t$  分布 と呼ばれる確率分布に関する計算が必要で，そう容易ではない．一般に，標本数  $n$  が大きいときには，分散が既知の場合で近似できることが知られているので，(1)，(2) 式などにより検出力を求めることができる．もし，標本数  $n$  が小さい場合には，山内 [5] の「統計数値表」に非心  $t$  分布の数表があるので，それを利用するか，もしくは，非心  $t$  分布の確率の近似計算を使って求める．近似計算については，永田 [1] などに詳しく解説されている．

### 3.2 二項分布の成功確率に関する検定

各回の成功の確率が  $p$  である独立な試行を  $n$  回繰り返したとき， $n$  回のうち成功が起こる回数を  $X$  とすると， $X$  は二項分布と呼ばれる確率分布に従う確率変数である．このとき，成功の確率  $p$  に関する検定 ( $H_0 : p = p_0$ ) は，試行の回数  $n$  が十分大きければ\*<sup>3</sup>， $X$  が平均  $np$ ，分散  $np(1-p)$  の正規分布で近似できることより，検定統計量を

$$Z_0 = \frac{\sqrt{n}(\hat{p} - p_0)}{\sqrt{p_0(1-p_0)}}$$

とすると，棄却域は，近似的に分散が既知の場合の正規分布の検定法式と一致する．ただし， $\hat{p} = X/n$  は，標本の成功確率を表す．したがって，両側検定 ( $H_1 : p \neq p_0$ )，片側検定 ( $H_1 : p > p_0$ ) の真の成功の確率  $p_1$  に対する検出力は，それぞれ，

$$1 - \beta = 1 - \Phi \left( \frac{z_{\alpha/2} \sqrt{p_0(1-p_0)} - \sqrt{n}(p_1 - p_0)}{\sqrt{p_1(1-p_1)}} \right) + \Phi \left( \frac{-z_{\alpha/2} \sqrt{p_0(1-p_0)} - \sqrt{n}(p_1 - p_0)}{\sqrt{p_1(1-p_1)}} \right) \quad (3)$$

$$1 - \beta = 1 - \Phi \left( \frac{z_{\alpha} \sqrt{p_0(1-p_0)} - \sqrt{n}(p_1 - p_0)}{\sqrt{p_1(1-p_1)}} \right) \quad (4)$$

で与えられる．

---

\*<sup>3</sup> 一般に， $n$  が  $np > 5$  かつ  $n(1-p) > 5$  を満たせば正規近似できると言われている

## 4 検出力を用いた標本数の計算方法

通常，帰無仮説が棄却されたとき，対立仮説が正しいと結論づけられる．しかし，帰無仮説が棄却されなくても，帰無仮説が正しいと積極的に支持されるわけではない．これは，第 2 種の過誤がどの程度の確率で起こっているかわからないからである．では，帰無仮説が棄却されなかったときに，帰無仮説が正しいと結論づけられるようにするためにはどうすれば良いであろうか．それには，その検定における検出力がある程度高い値である必要があり，そのためには，前節で説明した通り，標本数を適当に設定しなければならない．ここでは，要求される検出力に対する標本数の求め方を，いくつかの検定に関して説明する．

### a. 母集団分布が正規分布で分散が既知の場合

例 1 と同じ状況の両側検定 ( $H_1: \mu \neq \mu_0$ ) で，もし，母平均の真の値が  $\mu_1$  であるときに，その検出力が  $\gamma$  であるような検定を行いたいとする．そのときに必要な標本数は，(1) 式より

$$\gamma = 1 - \Phi\left(z_{\alpha/2} - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}\right) + \Phi\left(-z_{\alpha/2} - \frac{\sqrt{n}(\mu_1 - \mu_0)}{\sigma_0}\right)$$

を満たす  $n$  であるが，この  $n$  を求めることはそう簡単ではない．ただし， $\mu_1 - \mu_0 > 0$  であるときには，上式の右辺第 3 項の値はほぼ 0 であるし， $\mu_1 - \mu_0 < 0$  であるときは，右辺の第 2 項の値がほぼ 1 であるので，例えば， $\mu_1 - \mu_0 > 0$  であれば，第 3 項を 0 として，近似的に，

$$n = \left(\frac{(z_{\alpha/2} - z_\gamma) \sigma_0}{\mu_1 - \mu_0}\right)^2 \quad (5)$$

と求められる．同様に，片側検定 ( $H_1: \mu > \mu_0$ ) で，母平均の真の値が  $\mu_1$  であるとき，その検出力が  $\gamma$  であるような検定に必要な標本数は，

$$n = \left(\frac{(z_\alpha - z_\gamma) \sigma_0}{\mu_1 - \mu_0}\right)^2 \quad (6)$$

になる．

例 4 母集団分布は分散  $\sigma_0^2 = 100$  の正規分布とする．帰無仮説，対立仮説が  $H_0: \mu = 100$ ， $H_1: \mu \neq 100$  で，有意水準  $\alpha = 0.05$  の両側検定を行う．ただし，母

平均  $\mu$  が 102 のときの検出力が 0.8 にしたい．そのために必要な標本数は (5) 式より

$$n = \left( \frac{(z_{0.025} - z_{0.8}) \times 10}{102 - 100} \right)^2 = 196$$

となる．同様に，片側検定 ( $H_1: \mu > \mu_0$ ) のときの必要な標本数は

$$n = \left( \frac{(z_{0.05} - z_{0.8}) \times 10}{102 - 100} \right)^2 = 154.38$$

である．

#### b. 二項分布の成功確率に関する検定の場合

二項分布の成功確率に関する検定も，試行の数  $n$  が十分大きければ，分散が既知の正規母集団の場合の検定に帰着できるので，真の成功の確率が  $p_1$  であるときに  $\gamma$  の検出力であるような検定に必要な標本数の数は，両側検定 ( $H_1: p \neq p_0$ )，片側検定 ( $H_1: p > p_0$ )，それぞれ，

$$n = \left( \frac{z_\gamma \sqrt{p_1(1-p_1)} - z_{\alpha/2} \sqrt{p_0(1-p_0)}}{p_1 - p_0} \right)^2 \quad (7)$$

$$n = \left( \frac{z_\gamma \sqrt{p_1(1-p_1)} - z_\alpha \sqrt{p_0(1-p_0)}}{p_1 - p_0} \right)^2 \quad (8)$$

となる．ただし，(7) は  $p_1 > p_0$  のときである．

例 5 (薬効検定) 標準薬の有効率が 0.6 とする．新しく開発した薬の有効率  $p$  が標準薬よりも良い有効率であることを示すために有意水準 0.05 の検定を行う．ただし，もし，新しい薬の真の有効率が 0.7 であるならば，そのときの検出力は 0.8 としたい．このとき，必要な標本の数はいくつであろうか．帰無仮説，対立仮説が  $H_0: p = 0.6$ ， $H_1: p > 0.6$  である二項分布の成功確率に関する検定を用いればよいので，(8) 式より，必要な標本数は，

$$n = \left( \frac{z_{0.8} \sqrt{0.7(1-0.7)} - z_{0.05} \sqrt{0.6(1-0.6)}}{0.7 - 0.6} \right)^2 = 180.9$$

となる．

## 5 終わりに

検出力が重要であることについての異論はあまりないと思う。それにも関わらず、現在においても、検出力に関する著書が少ない、また、あったとしても専門的過ぎるという状況は、ひとえに、私達統計家の怠慢である他ないと思う。また、最近、検出力を用いた標本数の求め方の公式だけを紹介している著書を何冊か見かけた。公式だけでは役に立たないと言い切るつもりもないが、やはり、その背景をまったく知らないと、状況が少し変化しただけでも、対応しきれなくなる可能性が高いであろう。そのような現状を鑑み、大学 1, 2 年生で習う統計学の知識だけで理解できるような易しい検出力に関する説明を書いたつもりであったが、やはり、少し専門的になったかもしれない。ただ、正規分布の性質さえわかっているならば、一応、すべて理解できる内容であるので、興味のある方はじっくりと読んでもらいたい。わからなければ、いつでも相談に乗るつもりである。検定には、 $t$  検定や  $\chi^2$  検定など、まだまだ他にも多くのものがある。もし、次の機会があれば、それらの検定の検出力、標本数の求め方についても書きたいと思う。

## 参考文献

- [1] 永田 靖, 「サンプルサイズの決め方」, 朝倉書店, 2003.
- [2] W. Mendendall, R. I. Beaver, B. M. Beaver, *Introduction to probability and statistics*, Brooks/Cole, 2009.
- [3] 宮原英夫, 丹後俊郎 (編), 「医学統計学ハンドブック」, 朝倉書店, 1995.
- [4] 東京大学教養学部統計学教室 (編), 「自然科学の統計学」, 東京大学出版会, 1992.
- [5] 山内二郎 (編), 「統計数値表」, 日本規格協会, 1972.
- [6] 吉村 功 (編著), 「毒性薬効データの統計解析」, サイエンティスト社, 1987.